

Messung des Lernfortschritts bei aktivierenden Lehrmethoden in der Mathematik

Martin Pohl <martin.pohl@oth-regensburg.de>

Forum der Lehre 2022

04. Mai 2022

1. Eine kurze Geschichte meiner Lehre
2. JiTT und PI
3. Lernziele und Concept Inventories
4. Calculus Concety Inventory (CCI)
5. Ergebnisse
6. Ausblick

$$\begin{aligned}
 \mathcal{Q}f &= \left(\sum_{r=0}^{\infty} \varepsilon^r \frac{\partial^r}{\partial t^r} + v \cdot V_r + \frac{F}{m} \cdot V_r \right) \left(\frac{1}{\varepsilon} f^{(0)} + f^{(1)} + \varepsilon f^{(2)} + \dots \right) \\
 &= J(f|f) = J \left[(\varepsilon^{-1} f^{(0)} + f^{(1)} + \varepsilon f^{(2)} + \dots) (\varepsilon^{-1} f^{(0)} + f^{(1)} + \varepsilon f^{(2)} + \dots) \right] \\
 \sum_{r=0}^{\infty} \varepsilon^{r-2} (\mathcal{Q}^{(r)} - J^{(r)}) &= 0 \\
 J^{(r)} &= J(f^{(0)} f^{(r)}) + J(f^{(1)} f^{(r-1)}) + \dots + J(f^{(r)} f^{(0)}) \\
 &= J(f^{(0)} f^{(r)}) + J(f^{(1)} f^{(r-1)}) + \sum_{k=1}^{r-1} J(f^{(k)} f^{(r-k)}) \\
 \mathcal{Q}^{(r)} &= \frac{\partial^0 f^{(r-1)}}{\partial t^{r-1}} + \frac{\partial^1 f^{(r-2)}}{\partial t^{r-2}} + \dots + \frac{\partial^{r-1} f^{(0)}}{\partial t^0} + \\
 &\quad + v \cdot V_r f^{(r-1)} + \frac{F}{m} \cdot V_r f^{(r-1)} = \underline{\underline{\text{LEBENSGLÜCK}}}
 \end{aligned}$$



Vladimir Rencin

- ▶ Je besser die Erklärungen in der Lehrveranstaltung
 - ▶ umso einfacher empfinden die Studierenden die Mathematik
 - ▶ umso weniger Nacharbeit investieren die Studierenden
- ▶ Wie war es vor 150 Jahren?
 - ▶ Wilhelm von Kugelgen (Jugenderinnerungen eines alten Mannes, 1870)
 - ▶ *Wie gut, dachte ich, haben es doch die Studenten!*
Es geht wahrhaftig nichts darüber, so überaus behaglich auf bequemer Bank zu sitzen, sich von geistvollen und gelehrten Männern bestens unterhalten und wie ein leeres Faß mit aller Weisheit füllen zu lassen.
Von der schweren Not, die mancher hat, sein Faß nachher gehörig zu verspenden, wußte ich freilich nichts.

- ▶ Wie half ich den Studierenden beim „Verspunden des Fasses“?
 - ▶ Hands-on Aktivitäten
 - ▶ Die Studierenden bearbeiten Beispiele direkt in der Lehrveranstaltung
 - ▶ Reaktion: „Das ist ja schwieriger als es aussieht“
- ▶ Das ist ein erster Schritt des „Shift from Teaching to Learning“
- ▶ Einsatz noch stärker aktivierender Lehrmethoden
 - ▶ Just in Time Teaching (JiTT)
 - ▶ Peer Instruction (PI)

Traditionelle Lehre versus JiTT



https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Laurentius_de_Voltolina_001.jpg
Entstanden in der 2. Hälfte des 14. Jhd.

Traditionelle Lehre versus JiTT



https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Laurentius_de_Voltolina_001.jpg

Entstanden in der 2. Hälfte des 14. Jhd.

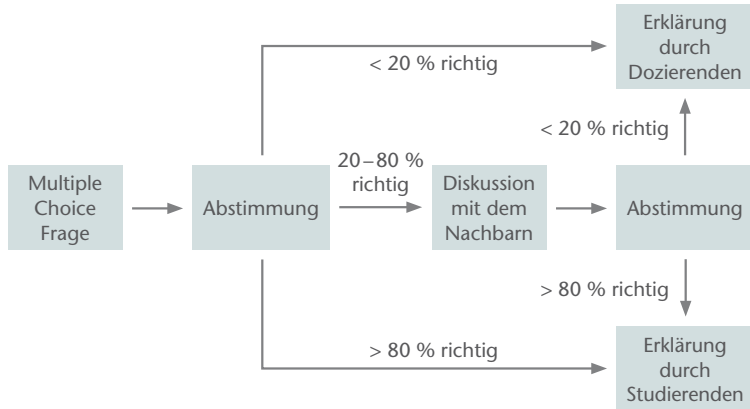
- ▶ Ablauf von Just in Time Teaching (JiTT)
 - ▶ Studierende bereiten sich auf die Präsenzveranstaltung vor
 - ▶ mit dem Vorlesungs-Skriptum
 - ▶ mit einem textbook
 - ▶ mit YouTube-Videos
 - ▶ Vorteile für die Studierenden
 - ▶ Erarbeitung der Inhalte mit individuellem Tempo
 - ▶ Ergänzung von fehlendem Vorwissen jederzeit möglich
 - ▶ Quiz zu dem Leseauftrag kurz vor der Präsenzveranstaltung
 - ▶ mit einer „Frage nach der Frage“
 - ▶ kurzen Fragen zum erarbeiteten Inhalt
 - ▶ Präsenzveranstaltung passt zu den Fragen und Antworten zum Quiz

Eine Mathematikerin möchte sich in ein neues Fachgebiet einarbeiten.

Wie geht sie Ihrer Meinung nach vor?

- A Sie schaut sich YouTube-Videos zu diesem Fachgebiet an, z.B. von der Khan-Academy
- B Sie liest ein Lehrbuch über dieses Fachgebiet
- C Sie bietet eine Lehrveranstaltung zu diesem Fachgebiet an
- D Sie belegt einen Kurs bei der MIT OpenCourseWare über dieses Fachgebiet

- ▶ Heinrich von Kleist (1805):
 - „Über die allmähliche Verfestigung der Gedanken beim Reden“
 - ▶ *Der Appetit kommt beim Essen — Der Einfall kommt beim Sprechen*
- ▶ Bei Peer Instruction (PI) reden die Studierenden über Mathematik
- ▶ Die Wirksamkeit ist durch Studien belegt
 - ▶ Siehe: P. Riegler, Peer Instruction in der Mathematik
- ▶ PI hilft mir beim Verbessern der Lehrveranstaltung



Welche der folgenden Aussagen treffen zu:

Es sei f stetig im Intervall $[a, b]$ und $I = \int_a^b f(x) dx$.

Dann gilt:

- (I) I ist die Fläche, die vom Funktionsgraphen von f und der x -Achse über dem Intervall $[a, b]$ berandet wird.
- (II) I ist eine Zahl.
- (III) I ist eine Stammfunktion von $f(x)$.
- (IV) I existiert möglicherweise nicht.

A nur (II)

C nur (I) und (III)

B nur (I) und (II)

D nur (IV)

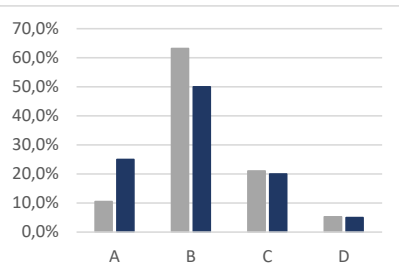
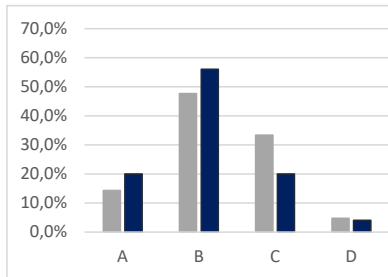
Es sei f stetig im Intervall $[a, b]$ und $I = \int_a^b f(x) dx$.

- (I) I ist die Fläche, die vom Funktionsgraphen von f und der x -Achse über dem Intervall $[a, b]$ berandet wird.
- (II) I ist eine Zahl.
- (III) I ist eine Stammfunktion von $f(x)$.

A nur (II)

B nur (I) und (II)

C nur (I) und (III)



- ▶ Aktivierende Methoden kosten viel Zeit in der LV —
Wie schaffe ich dann meinen Stoff?
 - ▶ Es kommt nicht darauf an, wie viel Stoff ich schaffe, sondern wie viel die Studierenden lernen
 - ▶ JiTT stärkt das Eigenstudium und schafft in der Präsenzveranstaltung Freiräume für hands-on Aktivitäten und PI
- ▶ Aktivierende Methoden kosten viel Zeit bei der Vorbereitung —
Lohnt sich dieser Aufwand?
 - ▶ Verbessern die aktivierenden Methoden der Lernfortschritt der Studierenden?
 - ▶ Zur Beantwortung dieser Frage ist zu klären:
 - ▶ Was sind die Ziele einer Mathematik-Lehrveranstaltung?
 - ▶ Wie kann ich Lernfortschritt messen?

- ▶ *Wer nicht genau weiss, wohin er will, braucht sich nicht zu wundern, wenn er ganz woanders ankommt.* Robert F. Mager
- ▶ Nach dem Studium folgen 40 Jahre Berufstätigkeit
 - ▶ Nachhaltiges Lernen ist notwendig
- ▶ Wichtige Lernziele (Analysis in Mathematik- und Informatik-SG)
 - ▶ Mathematische Konzepte verstehen
 - ▶ Logische Zusammenhänge der Konzepte untersuchen
 - ▶ Mathematische Modellierung von Anwendungsproblemen einüben
- ▶ Andere Ziele in anderen SG möglich
 - ▶ Studierenden werden durch „Fachkultur“ ihrer SG geprägt
 - ▶ Wir Mathematikerinnen und Mathematiker können den Stellenwert der Mathematik nur wenig beeinflussen

- ▶ Prüfungsergebnisse sind naheliegend, aber nicht geeignet
 - ▶ Prüfungen messen die Kompetenzen nach der LV
 - ▶ Diese entstehen aus Vorkenntnissen und dem Lernfortschritt durch die LV
 - ▶ Die Art der Prüfungsfragen ändert sich, passend zur Lehrmethode
- ▶ Concept Inventories
 - ▶ Konzeptionelle MC-Fragen
 - ▶ Pre-Test und Post-Test mit identischen Fragen
 - ▶ Identifikation der Studierenden durch „Self-Generated Identity Codes“
 - ▶ Maß für Lernfortschritt ist der gain: $g = \frac{n_n - n_v}{n_A - n_v}$
- ▶ Anforderungen an die Fragen
 - ▶ Ziel: Verständnis von Grundkonzepten der untersuchten LV
 - ▶ Niveau: weder zu schwer noch zu leicht
 - ▶ Gegenstand: passend zu Schulkenntnissen
 - ▶ Kontext: passend zum Studiengang

- ▶ Das Calculus Concept Inventory (CCI) ist geeignet
- ▶ CCI-Zeitreihe mit verschiedenen Lehrmethoden nicht möglich
 - ▶ Beginn der Studie nach Umstellung der Lehre auf JiTT& PI
 - ▶ Entwicklung der CCI nach Umstellung auf hands-on Aktivitäten
- ▶ Einsatz bei verschiedenen Lehrpersonen
 - ▶ Analysis-LV, die ich selber auch anbiete (6 SWS bzw. 8 SWS)
 - ▶ Vorteil: kurze Dauer, selbe Studierendenpopulation
 - ▶ Nachteil: Abhängigkeit von der Lehrperson (kann vernachlässigt werden)
- ▶ Erhobene Daten
 - ▶ Antworten auf die Testfragen
 - ▶ Angaben zur Vorbildung der Studierenden
 - ▶ Angaben zur Lehrmethode durch die Lehrenden

Fragen zu Ihrer Vorbildung

Hatten Sie Analysis bereits vorher?	☐ Nein	☐ Ja, an der Schule	☐ Ja, an der Hochschule			
Hatten Sie vor einem Analysis-Kurs bereits Kurse, in denen Funktionen, Trigonometrie oder Algebra thematisiert wurde?	☐ Nein	☐ Ja, an der Schule	☐ Ja, an der Hochschule			
Vorbildung (mit oder ohne Abschluss)	☐ FOS (Technik) ☐ BOS (Technik) ☐ Gymnasium	☐ FOS (Wirtschaft) ☐ BOS (Wirtschaft) ☐ Beruf	☐ FOS (Soziales) ☐ BOS (Soziales) ☐ Uni			
Abschluss	☐ Fachabitur ☐ Sonstiges	☐ Abitur 				
Ihre letzte Schulnote im Fach Mathematik:	☐ 1	☐ 2	☐ 3	☐ 4	☐ 5	☐ 6
Ihre letzte Schulnote im Fach Deutsch:	☐ 1	☐ 2	☐ 3	☐ 4	☐ 5	☐ 6
Anzahl der Jahre zwischen Erwerb der Hochschulreife und Studienbeginn	☐ 0	☐ 1	☐ 2	☐ 3	☐ 4	☐ >5

Identifikations-Code

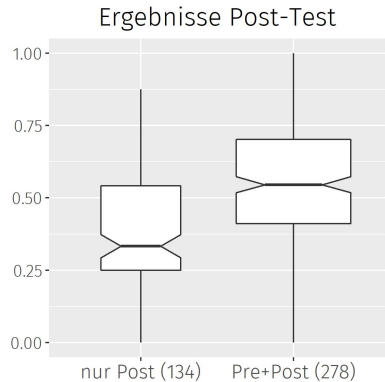
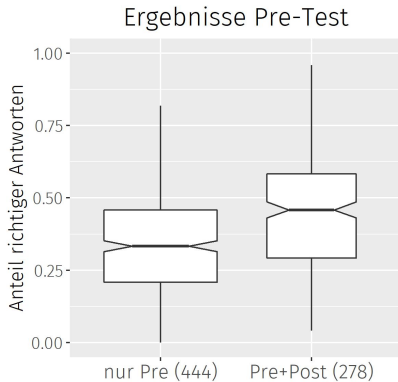
Geburtstag der Mutter (Tag des Monats) (Bitte eine Zahl zwischen 1 und 31 markieren.)		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	10 1	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
Geburtstag der Mutter (Monat)	☐ 1	☐ 2	☐ 3	☐ 4	☐ 5	☐ 6					
	☐ 7	☐ 8	☐ 9	☐ 10	☐ 11	☐ 12					
Erster Buchstabe des Vornamens der Mutter	☐ A	☐ B	☐ C	☐ D	☐ E	☐ F	☐ G	☐ H			
	☐ I	☐ J	☐ K	☐ L	☐ M	☐ N	☐ O	☐ P			
	☐ Q	☐ R	☐ S	☐ T	☐ U	☐ V	☐ W	☐ X			
	☐ Y	☐ Z	☐ Ä	☐ Ö	☐ Ü						
Zweiter Buchstabe des Vornamens der Mutter	☐ A	☐ B	☐ C	☐ D	☐ E	☐ F	☐ G	☐ H			
	☐ I	☐ J	☐ K	☐ L	☐ M	☐ N	☐ O	☐ P			
	☐ Q	☐ R	☐ S	☐ T	☐ U	☐ V	☐ W	☐ X			
	☐ Y	☐ Z	☐ Ä	☐ Ö	☐ Ü						
Erster Buchstabe Ihres Geburtsortes	☐ A	☐ B	☐ C	☐ D	☐ E	☐ F	☐ G	☐ H			
	☐ I	☐ J	☐ K	☐ L	☐ M	☐ N	☐ O	☐ P			
	☐ Q	☐ R	☐ S	☐ T	☐ U	☐ V	☐ W	☐ X			
	☐ Y	☐ Z	☐ Ä	☐ Ö	☐ Ü						
Zweiter Buchstabe Ihres Geburtsortes	☐ A	☐ B	☐ C	☐ D	☐ E	☐ F	☐ G	☐ H			
	☐ I	☐ J	☐ K	☐ L	☐ M	☐ N	☐ O	☐ P			
	☐ Q	☐ R	☐ S	☐ T	☐ U	☐ V	☐ W	☐ X			
	☐ Y	☐ Z	☐ Ä	☐ Ö	☐ Ü						
	☐ A	☐ B	☐ C	☐ D	☐ E	☐ F	☐ G	☐ H			

Antworten auf die Fragen

Aufgabe 1.	☐ a	☐ b	☐ c	☐ d	☐ e
Aufgabe 2.	☐ a	☐ b	☐ c	☐ d	☐ e
Aufgabe 3.	☐ a	☐ b	☐ c	☐ d	☐ e
Aufgabe 4.	☐ a	☐ b	☐ c	☐ d	☐ e
Aufgabe 5.	☐ a	☐ b	☐ c	☐ d	☐ e
Aufgabe 6.	☐ a	☐ b	☐ c	☐ d	
Aufgabe 7.	☐ a	☐ b	☐ c	☐ d	☐ e
Aufgabe 8.	☐ a	☐ b	☐ c	☐ d	☐ e
Aufgabe 9.	☐ a	☐ b	☐ c	☐ d	
Aufgabe 10.	☐ a	☐ b	☐ c	☐ d	☐ e
Aufgabe 11.	☐ a	☐ b	☐ c	☐ d	☐ e
Aufgabe 12.	☐ a	☐ b	☐ c	☐ d	☐ e
Aufgabe 13.	☐ a	☐ b	☐ c	☐ d	
Aufgabe 14.	☐ a	☐ b	☐ c	☐ d	☐ e
Aufgabe 15.	☐ a	☐ b	☐ c	☐ d	
Aufgabe 16.	☐ a	☐ b	☐ c	☐ d	☐ e

- ▶ Zeitraum: WiSe 2017/18 bis WiSe 2019/20
- ▶ Betrachtete Lehrveranstaltungen:
 - ▶ Analysis 1 im Studiengang Mathematik (8 SWS)
 - ▶ Mathematik 2 (Analysis) in den Informatik-Studiengängen (6 SWS)
- ▶ Lehrformen:
 - ▶ „traditionelle Lehre“: Vorlesung und seminaristischer Unterricht (SU)
 - ▶ „aktivierende Lehre“: hands-on Aktivitäten, SU mit PI, JiTT mit PI.
- ▶ Anzahl der Datensätze
 - ▶ Pre-Test: 722
 - ▶ Post-Test: 412
 - ▶ Pre-Test & Post-Test: 278

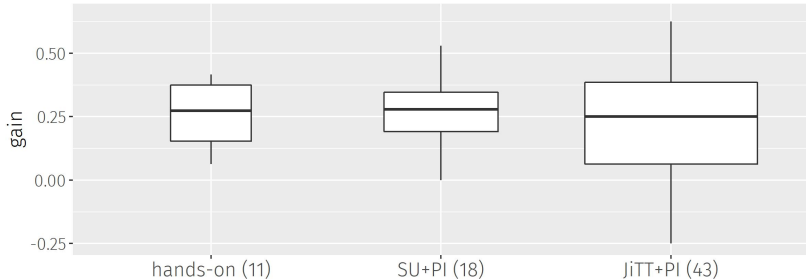
► getrennte Auswertung von Pre-Test und Post-Test



► Vergleich des gain für verschiedene aktivierende Methoden

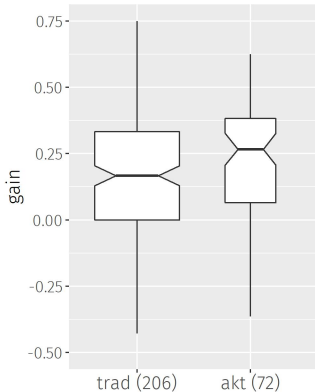
	Studiengang Mathematik			Informatik-Studiengänge		
Methode	SU	hands-on	JiTT & PI	SU	SU & PI	JiTT & PI
# Daten	23	11	22	182	18	21

gain für aktivierende Methoden

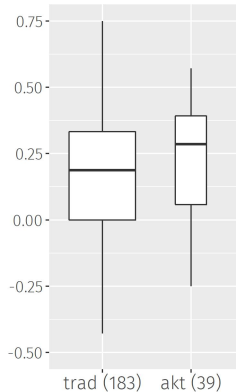


► Vergleich zwischen aktivierenden und traditionellen Lehrmethoden

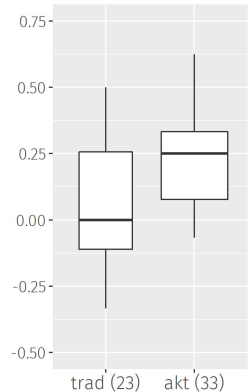
Alle Studiengänge



Info



Mathe



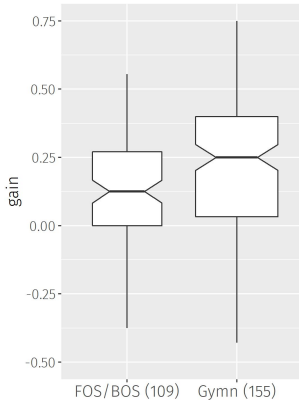
- ▶ Studierende erzielen bei aktivierenden Lehrmethoden einen signifikant höheren gain als bei traditionellen Lehrmethoden
- ▶ Der Unterschied in im SG MA größer als in den Informatik-SG

	SG MA & IN		IN-SG		SG MA	
	Median	MW	Median	MW	Median	MW
trad	16.7%	15,6%	18,8%	16,3%	0,0%	4,4%
akt	26.7%	22,0%	28,6%	23,9%	25,0%	19,7%

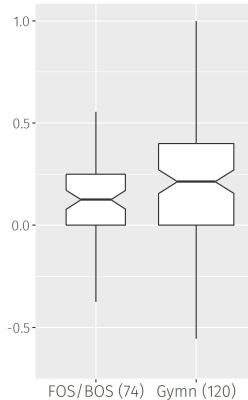
- ▶ Diese Ergebnisse sind ein Indiz dafür, dass der Lernfortschritt bei aktivierender Lehre größer ist als bei traditioneller Lehre

► gain für verschiedene HZB-Arten

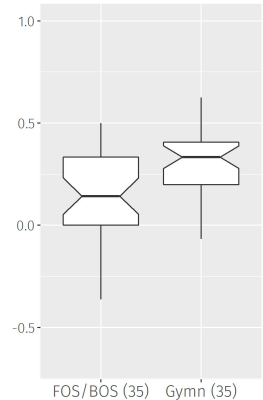
gain für versch. HZB



trad. Lehre



akt. Lehre



- ▶ Anwendung in anderen Studiengängen
 - ▶ Ingenieurstudiengänge:
 - ▶ Umfang der Analysis ca. 3 SWS
 - ▶ Lernziele: Methoden der höheren Mathematik
 - ▶ wirtschaftliche Studiengänge:
 - ▶ Aufgabe zu schwer oder in technischem Kontext formuliert
 - ▶ Lernziele: Methoden der Finanzmathematik
- ▶ Anteil der verschiedenen HZB beeinflusst die Ergebnisse
- ▶ Ergebnisse aus verschiedenen Studierendenpopulationen können nicht direkt verglichen werden

Fragen und
Anmerkungen ???